

中國文化大學 九十五 學年度 第一學期 期末 考試試卷					
考試科目	任課老師	系級	考試日期	份數	備註
工程數學	陳為仁	機二 A	96/01/19	60	closed books

注意：所有題目需列出算式，若僅寫答案，一律以零分計。

1. Find the given Laplace transform $L[2t^2e^{-3t} - 4t + 1]$. (10)

2. Find the given Laplace transform $L[f(t)]$ where $f(t) = \begin{cases} 2t - \sin(t) & 0 \leq t < \pi \\ 0 & t \geq \pi \end{cases}$. (10)

3. Find the given inverse Laplace transform $L^{-1}\left[\frac{2s-5}{s^2+16}\right]$. (10)

4. Find the given inverse Laplace transform $L^{-1}\left[\frac{2s+4}{s^2-4s+4}\right]$. (10)

5. Suppose that $L^{-1}[F(s)]=f(t)$ and $L^{-1}[G(s)]=g(t)$. Then $L^{-1}[F(s)G(s)]=f(t)*g(t)$. Use the inverse convolution theorem to show the following inverse Laplace transform. (10)

$$L^{-1}\left[\frac{a}{s^2+a^2}\right] = \sin(at) \quad (\text{Hint: consider } \frac{a}{s^2+a^2} = \left(\frac{a}{s}\right)\left(\frac{s}{s^2+a^2}\right) = F(s)G(s))$$

6. Use the Laplace transform to solve the following given initial value problem.

$$y' + 2y = e^{-t}, \quad y(0) = 1 \quad (15)$$

7. Use the Laplace transform to solve the following given initial value problem.

$$y'' + 5y' + 6y = f(t), \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = -4 \quad (20)$$

$$f(t) = \begin{cases} t^2 & 0 \leq t < 3 \\ 0 & t \geq 3 \end{cases}$$

8. Use the Laplace transform to solve the following given initial value problem.

$$y'' + 10y' + 100y = \delta(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \quad (15)$$

中國文化大學 九十五 學年度 第一學期 期末 考試試卷					
考試科目	任課老師	系級	考試日期	份數	備註
工程數學	陳為仁	機二 A	96/01/19	60	closed books

注意：所有題目需列出算式，若僅寫答案，一律以零分計。

Table of Laplace Transform

$f(t)$	$F(s)=L[f(t)]$
1	$1/s$
t	$1/s^2$
t^n	$n!/s^{n+1}$
e^{at}	$1/(s-a)$
$\sin(at)$	$a/(s^2+a^2)$
$\cos(at)$	$s/(s^2+a^2)$
$\sinh(at)$	$a/(s^2-a^2)$
$\cosh(at)$	$s/(s^2-a^2)$
$\delta(t-a)$	e^{-as}
$af(t)+bg(t)$	$aF(s)+bG(s)$
$f'(t)$	$sF(s)-f(0)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s)-s^{n-1}f(0)-\dots-f^{(n-1)}(0)$
$t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$f(t-a)H(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$f(t)*g(t) = \int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$